



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ПРОЛЕТ 2019

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. За колко нечетни двуцифрени числа \overline{ab} числото $\sqrt{\overline{ab}}$ е рационално число?

Задача 2. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - x - 1 = 0$, да се пресметне

$$|x_1 - x_2|.$$

Задача 3. Пресметнете $m + n$, ако $25x^{m+2n} - x^{2+n}$ е едночлен.

Задача 4. За кои прости числа $x < 10$ има само 2 прости числа, които делят

$$x^{2019} + 2x^{2018} + x^{2017}?$$

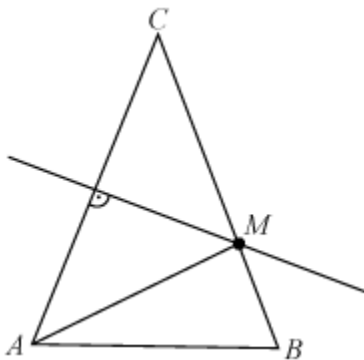
Задача 5. За кои естествени числа n и $\frac{n+6}{n-1}$, и $\frac{3n+6}{2n-6}$ са цели числа?

Задача 6. Триъгълник ABC ($AC = BC$) е равнобедрен. Ако AL ($L \in BC$) е ъглополовяща на $\sphericalangle CAB$ и $AC + CL = AB$, да се пресметне колко градуса е $\sphericalangle CBA$.

Задача 7. Външно за успоредника $ABCD$ с $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ и лице 10 cm^2 са построени равностранните $\triangle ADM$ и $\triangle DCN$. Колко квадратни сантиметра е лицето на $\triangle MDN$?

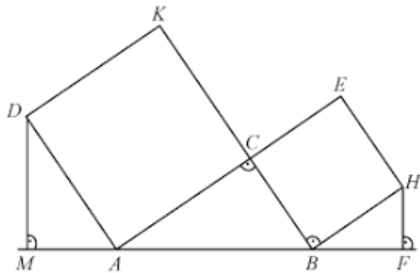
Задача 8. В изпъкнал четириъгълник са дадени 30 точки. На колко най-много триъгълника с върхове в дадените точки и върховете на четириъгълника може да се разреже този четириъгълник?

Задача 9. Симетралата на страната AC на равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$) пресича страната BC в точката M . Ако $CM = AM = AB$, да се пресметне $\sphericalangle ACB$.



Задача 10. Две от страните на триъгълник имат дължини съответно $\sqrt{2}$ cm и $\sqrt{3}$ cm. От височините, спуснати към тях, едната е с 2 cm по-дълга от другата. Да се намери лицето на триъгълника в квадратни сантиметри.

Задача 11. На чертежа $\triangle ACB$ е правоъгълен с хипотенуза AB , а четириъгълниците $ACKD$ и $BCEH$ са квадрати. Страните на правоъгълния триъгълник са 3 cm, 4 cm и 5 cm. Колко сантиметра е сборът от разстоянията от точките D и H до правата AB ?



Задача 12. На колко нули завършва най-малкото число, което се дели на 2 и на 5, и има 2019 делителя?

Пояснение: Числото 673 е просто.

Задача 13. Нека A , B и C са цели числа, такива че $(x - A)(x - 2) + 1 = (x + B)(x + C)$ е твърдение. Пресметнете $B + C$?

Задача 14. Намерете сбора на двуцифрените числа \overline{ab} и \overline{ba} , ако

$$600 < (\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2 < 700$$

Задача 15. По колко начина можем да разделим 9 деца на две групи – едната да има 5 деца, а в другата – 4?

Задача 16. Ако $500!! = 2 \times 4 \times \dots \times 498 \times 500$, да се определи най-голямата стойност на N , за която 5^N дели $500!!$.

Задача 17. Нека x , y и z са естествени числа, такива че

$$|x - y| + |y - 1| + |z - 2| = 3.$$

Да се пресметне най-голямата стойност на $x + y + z$.

Задача 18. Да се намери броят на всички числа a , за които и $(-\frac{3}{a})$, и $(2a - \frac{3}{a})$ са цели числа.

Задача 19. Само с цифрите 3 и 4 са съставени всички 4-цифрени числа, такива че:

- да няма две цифри 3 една до друга;
- в записа на числото да има и цифрата 3, и цифрата 4.

Колко са числата?

Задача 20. Показаната фигура е развивка на куб, стените на който са номерирани с числата от 1 до 6. Колко е най-голямата сума на числата, записани върху три стени с общ връх?

