



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЕСЕН 2018

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ДЕКЛАРАЦИЯ

Доброволно предоставям и давам своето съгласие администраторите на лични данни, обработващи лични данни при фондация „Математика без граници“ и „Инвариант М“ да обработва личните ми данни/личните данни на детето ми за 6-то издание на турнира през 2018-2019 г.: трите имена, клас, училище, населено място, точки от състезание, награда, като на електронната страница на турнира бъдат публикувани само имената ми, града, класа и наградата. Запознат/а съм с целите на обработване на личните ми данни/личните данни на детето ми.

За ученика:

(Трите имена на ученика)

Клас:....., училище населено място:.....

Родител:..... Подпис:.....

Родител:..... Подпис:

Дата: 2018 г.

Аритметика и алгебра

Задача 1. Кое е най-малкото просто число, което дели числото равно на

$$3^{20} + 5^{18}?$$

Задача 2. Нека a и b са цели числа, за които $|a| < 3$ и $1 < |b| < 5$.

За коя стойност на b изразът $a - 3b$ приема най-голяма стойност?

Задача 3. Нека естествените числа x и y , са такива, че

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) \times \left(2y + \frac{1}{y}\right) = 6.$$

Да се пресметне $2x + y$.

Задача 4. Едно тяло изминало 60 km със скорост 30 km/h . Следващите 40 километра то изминава със скорост $X \text{ km/h}$. Пресметнете X , ако средната скорост на тялото е 40 km/h .

Задача 5. Ако $\frac{x}{2x^2+9x+2} = \frac{1}{3}$, да се пресметне $x^4 + 21x + 100$.

Логически задачи

Задача 6.

– Колко е часът? – попитали Питагор.

– До края на денонощието остават два пъти по две пети от времето, което е минало от началото – отговорил той.

Колко е часът?

Задача 7. По колко начина можем да налеем 38 литра сок в общо 10 бутилки от по 1 литър, 3 литра и 5 литра, като използваме и от трите вида бутилки?

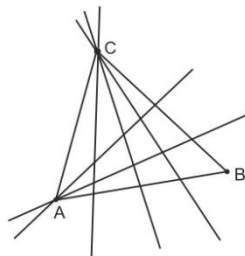
Задача 8. Произведението на шест прости числа е 240 . Колко е сборът на тези числа?

Задача 9. Средната възраст на x момчета е 13 години, а на $2 \times x$ момичета е 10 . Колко години е средната възраст на тези момичета и момчета? (x е естествено число)

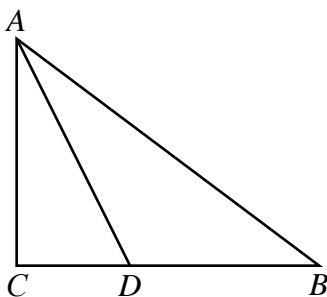
Задача 10. В клуба по лека атлетика има повече от 5 члена и момичетата са повече от 93%. Колко най-малко е възможният брой атлетки - момичета?

Геометрия

Задача 11. Даден е триъгълник ABC . През два негови върха са построени прави, пресичащи противоположните страни. По този начин триъгълникът е разделен на 12 непресичащи се части. Ако построим X прави през единия връх и $2X + 1$ прави през друг връх се получават 800 части. Пресметнете X .



Задача 12. Триъгълник ABC е правоъгълен с прав ъгъл при върха C и страни 3 cm , 4 cm и 5 cm . Ъглополовящата на ъгъл BAC пресича страната BC в точка D . Колко най-малко квадратни сантиметри може да е лицето на триъгълник ABD ?



Задача 13. Стените на куб с ръб 8 cm били боядисани, след което кубът бил нарязан на кубчета с ръб 1 cm . Колко от малките кубчета имат поне една боядисана стена?

Задача 14. Отсечката AB е дълга 72 cm . Ако Ани отбелязва разделителни точки върху отсечката така, че да се получат 8 равни части, а Петър отбелязва разделителни точки така, че да се получат 12 равни части, то колко разделителни точки има отбелязани върху отсечката AB ?

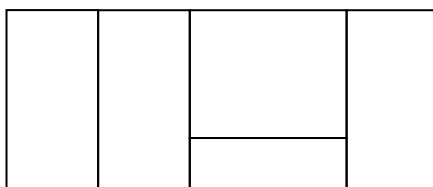
Задача 15. Медианата и височината към хипотенузата на правоъгълен триъгълник са съответно 4 cm и 2 cm . Колко градуса е най-големият остър ъгъл на този триъгълник?

Комбинаторика

Задача 16. Колко е броят на десетцифрените числа със сбор на цифрите 2?

Задача 17. Сборът на шест нечетни естествени числа е 20. Колко е най-малката възможна разлика на най-голямото и най-малкото от тези числа?

Задача 18. Фигурата на чертежа е съставена от 5 правоъгълника. Трябва да ги оцветим с 5 цвята като всеки два съседни правоъгълника не са оцветени в един и същ цвят. По колко начина можем да направим оцветяването, като не е задължително да използваме всички цветове?



Задача 19. Трим души разпределили помежду си наличните няколко плода с различни тегла така, че всички получили равни тегла плод без нарушаване целостта на плодовете. Към тримата се присъединили още двама и се наложило ново разпределение, при което всички отново получили равни тегла плод без нарушаване целостта на плодовете. Колко броя най-малко са били наличните плодове?

Задача 20. Разглеждаме числата

$$a_1, a_2, a_1 \times a_2, a_3, a_4, a_3 \times a_4, \dots, a_{2017}, a_{2018}, a_{2017} \times a_{2018}.$$

Колко най-много са отрицателните сред тези числа?