



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

ЗИМА 2019

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ДЕКЛАРАЦИЯ

(Попълва се само от нови участници!)

Доброволно предоставям и давам своето съгласие администраторите на лични данни, обработващи лични данни при фондация „Математика без граници“ и „Инвариант М“ да обработва личните ми данни/личните данни на детето ми за 6-то издание на турнира през 2018-2019 г.: трите имена, клас, училище, населено място, точки от състезание, награда, като на електронната страница на турнира бъдат публикувани само имената ми, града, класа и наградата. Запознат/а съм с целите на обработване на личните ми данни/личните данни на детето ми.

За ученика:

(Трите имена на ученика)

Клас:....., училище населено място:.....

Родител:..... Подпис:.....

Родител:..... Подпис:

Дата: 2019 г.

Задача 1. Ако $|a| = 3$ и $|a - 1| = 1 - a$, да се пресметне $5 - a$.

Задача 2. Коя е най-малката стойност на естественото число n , за която е изпълнено

$$2^n + 4^n + 6^n > 1000?$$

Задача 3. Пресметнете сбора от простите делители на 4 433.

Задача 4. Кое е числото, което разделя отсечката с краища $(-\frac{2}{3})$ и 1,2 от числовата ос на две равни части?

Задача 5. Пресметнете сбора на всички естествени числа n , за които $n - 1$ дели $n^3 - 4$.

Задача 6. Робот отрязва 1 част (10 cm) от метален прът (10m) за x секунди, а между две отрязвания има интервал от x секунди. За колко секунди ще бъдат отрязани x части от пръта, ако $x \leq 98$?

Задача 7. През месец януари в една година имало точно четири понеделника и точно четири петъка. Кой ден от седмицата е бил 1 януари?

Задача 8. Иван записал всички естествени числа, всяко от които:

- е съставено от различни четни цифри;
- е по-малко от 5000;
- се дели на 18.

Да се намери броят на всички числа, които Иван е записал.

Задача 9. Известно е, че равенството

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 3)^2 + (2n - 1)^2 = \frac{n \times (4n^2 - 1)}{3}$$

е тъждество. Да се пресметне

$$(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2017^2 + 2019^2) \div (1010 \times 2019 \times 2021).$$

Задача 10. Сборът A на 4 от числата 36, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 и 12 е три пъти по-голям от сбора B на други 4 от тези числа. Пресметнете $A + B$?

Задача 11. Колко са отсечките, които свързват всеки 2 върха на 20-ъгълник, но не са негови страни?

Задача 12. Дървено кълбо е разрязано на две еднакви части. Лицето на повърхнината на едното от получените тела е 60 кв. см. Намерете лицето на повърхнината на кълбото.

Упътване:

Лицето на повърхнина на сфера с радиус R е $4\pi R^2$.

Лицето на кръг с радиус r е πr^2 .

Задача 13. Правоъгълник с обиколка 60 см е разрязан на два еднакви правоъгълника – всеки с обиколка 38 см. Колко квадратни сантиметра е лицето на разрязания правоъгълник?

Задача 14. На окръжност са отбелязани 3 сини, 5 зелени и N червени точки. Отсечките с разноцветни краища са 71. Пресметнете N .

Задача 15. Дадени са 5 отсечки. Първата от тях пресича 2 от останалите, втората – 3 от останалите, третата – 4 от останалите, четвъртата – 4 от останалите. Кои отсечки пресича петата отсечка?

Задача 16. От три метални кубчета с ръбове съответно 3 см, 4 см и 5 см е отлято ново кубче. Пресметнете колко см е ръба на новото кубче.

Задача 17. Петър събрал числата, които са от множеството $B \{-3, -5, 1, 2\}$, но не са нито от $A \{-2, -3, -6, 5\}$, нито от $C \{-1, -2, -3, -6, 2, 5\}$. Иван събрал числата, които са от A и от C , но не са от B . С колко полученият от Иван сбор е по-голям от получения от Петър сбор?

Задача 18. Кое е числото A , ако

$$\frac{1}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} = -\frac{A}{35}.$$

Задача 19. Полиномът $x^5 + x + 1$ може да се представи като произведение на два полинома от втора и от трета степен $(x^3 - x^2 + 1)$ и $(x^2 + A \times x + 1)$. Кое е числото A ?

Задача 20. Моторна лодка изминава 32 km по течението и 21 km срещу течението на река общо за 3 h 21 min. Намерете скоростта на лодката в спокойна вода, ако скоростта на лодката срещу течението е равна на 60 % от скоростта ѝ по течението на реката.